



量化研究常用的統計方法1

高師大師培中心涂金堂
2015.03.17

統計方法的誤用



每一種統計方法都有其使用上的時機與基本假定，若忽略這些問題，容易出現錯用統計方法的問題。

各種統計方法的關聯性

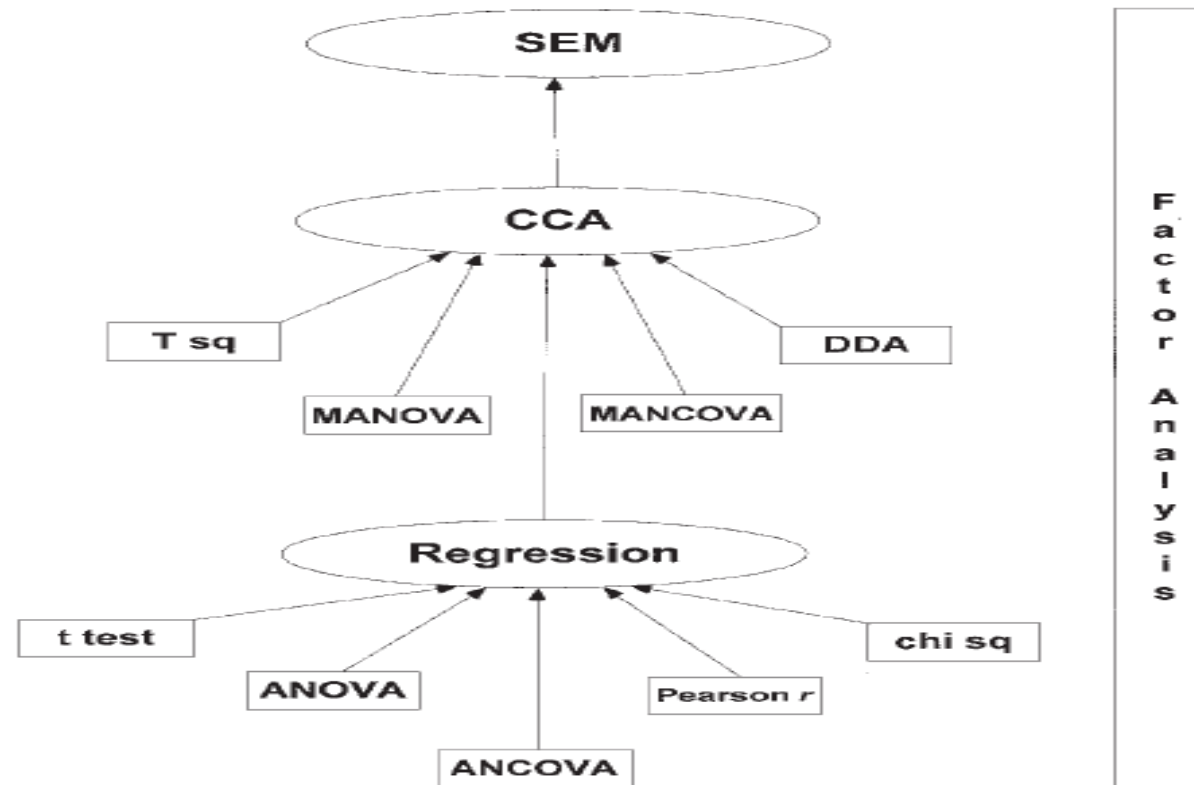


FIGURE 1. *Conceptual map of the general linear model (GLM).*

資料來源:

Zientek, L. R., & Thompson, B. (2009). Matrix summaries improve research reports: Secondary analyses using published literature. *Educational*

Researcher, 38, 343-352.



t 考驗： 處理兩個平均數的差異情形

t 考驗的三種類型：

1. 單一樣本 t 考驗(one-sample t test)
2. 獨立樣本 t 考驗(independent-sample t test)
3. 配對樣本 t 考驗(paired-sample t test)



該用何種 t 考驗？

某國中教務主任想探討第一次國中基測的成績與第二次國中基測的成績是否有顯著性的差異？

想探討逢甲大學男女生的類比推理能力是否有所不同？



該用何種 t 考驗？

某高中一年級英文教師拿一份出版社所出版的「高一標準化英文成就測驗」，對該校**42**位同學施測，已知「高一標準化英文成就測驗」母群的平均數是**78**分，現在該位英文教師想探討該校學生的平均分數是否顯著不同於母群的平均數**78**分？

獨立樣本 t 考驗的基本假定



1. 常態分配
2. 變異數同質性

獨立樣本 t 考驗的基本假定



1. 變異數同質的公式($df=n_1+n_2-2$)

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{(n_1 + n_2 - 2)} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

2. 變異數不同質的公式

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$
$$df = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2} \right)^2}{\left(\frac{s_1^2}{n_1} \right)^2 / (n_1 - 1) + \left(\frac{s_2^2}{n_2} \right)^2 / (n_2 - 1)}$$

獨立樣本 t 考驗的基本假定



Levene's的變異數同質性考驗

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

若顯著性 p 小於.05，拒絕 H_0 (不同質)

若顯著性 p 高於.05，接受 H_0 (同質)



獨立樣本 t 考驗

獨立樣本 t 考驗考驗

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

若顯著性 p 小於.05，拒絕 H_0 (兩組平均數不相等)

若顯著性 p 高於.05，接受 H_0 (兩組平均數相等)

Levene's的變異數同質性考驗

獨立樣本檢定

	變異數相等的Levene 檢定		平均數相等的t檢定							
	F檢定	顯著性	t	自由度	顯著性(雙尾)	平均差異	標準誤差異	差異的95%信賴區間		
								下界	上界	
數學學習信心	假設變異數相等	.110	.740	4.982	306	.000	2.478	.497	1.499	3.456
	不假設變異數相等			4.985	305.979	.000	2.478	.497	1.500	3.456
數學焦慮	假設變異數相等	.032	.858	-4.961	306	.000	-3.533	.712	-4.934	-2.131
	不假設變異數相等			-4.963	305.906	.000	-3.533	.712	-4.933	-2.132
數學的實用性	假設變異數相等	.622	.431	.387	306	.699	.155	.400	-.633	.943
	不假設變異數相等			.388	305.944	.699	.155	.400	-.632	.942
數學學習動機	假設變異數相等	3.643	.051	-1.243	306	.215	-.861	.693	-2.225	.502
	不假設變異數相等			-1.238	290.803	.217	-.861	.696	-2.230	.508
數學態度總量表	假設變異數相等	4.484	.035	-1.609	306	.109	-1.761	1.094	-3.915	.392
	不假設變異數相等			-1.602	284.813	.110	-1.761	1.099	-3.925	.403

獨立樣本t考驗考驗



獨立樣本檢定

	變異數相等的Levene 檢定		平均數相等的t檢定							
	F檢定	顯著性	t	自由度	顯著性 (雙尾)	平均差異	標準誤差異	差異的 95% 信賴區間		
								下界	上界	
數學學習信心	假設變異數相等	.110	.740	4.982	306	.000	2.478	.497	1.499	3.456
	不假設變異數相等			4.985	305.979	.000	2.478	.497	1.500	3.456
數學焦慮	假設變異數相等	.032	.858	-4.961	306	.000	-3.533	.712	-4.934	-2.131
	不假設變異數相等			-4.963	305.906	.000	-3.533	.712	-4.933	-2.132
數學的實用性	假設變異數相等	.622	.431	.387	306	.699	.155	.400	-.633	.943
	不假設變異數相等			.388	305.944	.699	.155	.400	-.632	.942
數學學習動機	假設變異數相等	3.043	.051	-1.243	306	.215	-.861	.693	-2.225	.502
	不假設變異數相等			-1.238	290.803	.217	-.861	.696	-2.230	.508
數學態度總量表	假設變異數相等	4.484	.035	-1.609	306	.109	-1.761	1.094	-3.915	.392
	不假設變異數相等			-1.602	284.813	.110	-1.761	1.099	-3.925	.403

單因子變異數分析： 處理三個以上平均數的差異情形



單因子變異數分析(analysis of variance，簡稱 anova)的兩種類型：

- 1.獨立樣本anova(independent-sample anova)
- 2.相依樣本anova(dependent-sample anova)

該用何種anova考驗？



某位公司的主管想瞭解公司同仁接受三種工作效率量表的施測後，在這三種量表分數，是否有顯著性的差異情形？

該用何種anova考驗？



某位國中主任想了解該國中一、二、三年級學生的自我概念是否有所不同。分別從該校一、二、三年級各選取兩個班級學生接受自我概念量表，以這些學生的自我概念分數，探究三個年級的自我概念，是否會因為年級的不同，而有顯著的差異情形？

獨立樣本單因子**anova**基本假定

1. 常態分配
2. 變異數同質性
3. 獨立性

獨立樣本單因子anova的基本假定

Levene's的變異數同質性考驗

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2$$

$$H_1 : H_0 \text{ 為假}$$

若顯著性 p 小於.05，拒絕 H_0 (不同質)

若顯著性 p 高於.05，接受 H_0 (同質)

獨立樣本單因子anova考驗



變異數 F 考驗

$$F = \frac{MS_b}{MS_w} = \frac{\frac{SS_b}{g-1}}{\frac{SS_w}{N-g}}$$

MS 為均方、 SS 為離均差平方和、 N 為總人數、 g 為組別數



獨立樣本單因子anova考驗摘要表

表 1

獨立樣本單因子變異數分析摘要表

變異來源	<i>SS</i>	<i>df</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>p</i>	事後比較	ω^2	$1-\beta$
組間								
組內								
總和								



獨立樣本anova考驗

獨立樣本anova考驗

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$

$H_1 : H_0$ 為假

若顯著性 p 小於.05，拒絕 H_0 (三組平均數不相等)

若顯著性 p 高於.05，接受 H_0 (三組平均數相等)



獨立樣本**anova**的事後比較

一旦整體的**F**考驗達顯著時，接續進行**anova**的事後比較，以找出哪兩個組別的平均數有顯著性差異。

事後比較有許多方法，但應考量各組人數是否相等，以及各組變異數是否相等兩個因素。

獨立樣本**anova**的事後比較



例如Tukey's HSD適用各組人數相同，
Scheffé可適用各組人數相同或不相同。
Scheffé適用各組變異數同質性，Games-
Howell適用各組變異數不同質。



兩組的平均數考驗

強烈建議採用獨立樣本 t 考驗，而不要採用獨立樣本 **anova**，雖然大家熟知

$$F = t^2$$

但此公式是用在兩組變異數同質時，若兩組變異數不同質，則上述公式不會成立。因為獨立樣本 t 考驗，統計報表會同時呈現變異數同質與不同質的 t 值，但 **anova** 只會呈現變異數同質的 F 值，不會呈現變異數不同質的 F 值。

單因子共變數分析： 處理兩個以上平均數的差異情形



在實驗研究上，想探究實驗組與控制組的實驗處理成效，需考量在兩組實驗前，是否有變項會影響其實驗處理效果。若確定有變項會影響實驗成效，則最好將該變項設定為共變項，進行共變數分析(**analysis of covariance**，簡稱**ancova**)，而非進行變異數分析。



獨立樣本單因子ancova基本假定

1. 常態分配
2. 變異數同質性
3. 獨立性
4. 各組迴歸係數同質性
5. 共變數與自變項獨立性

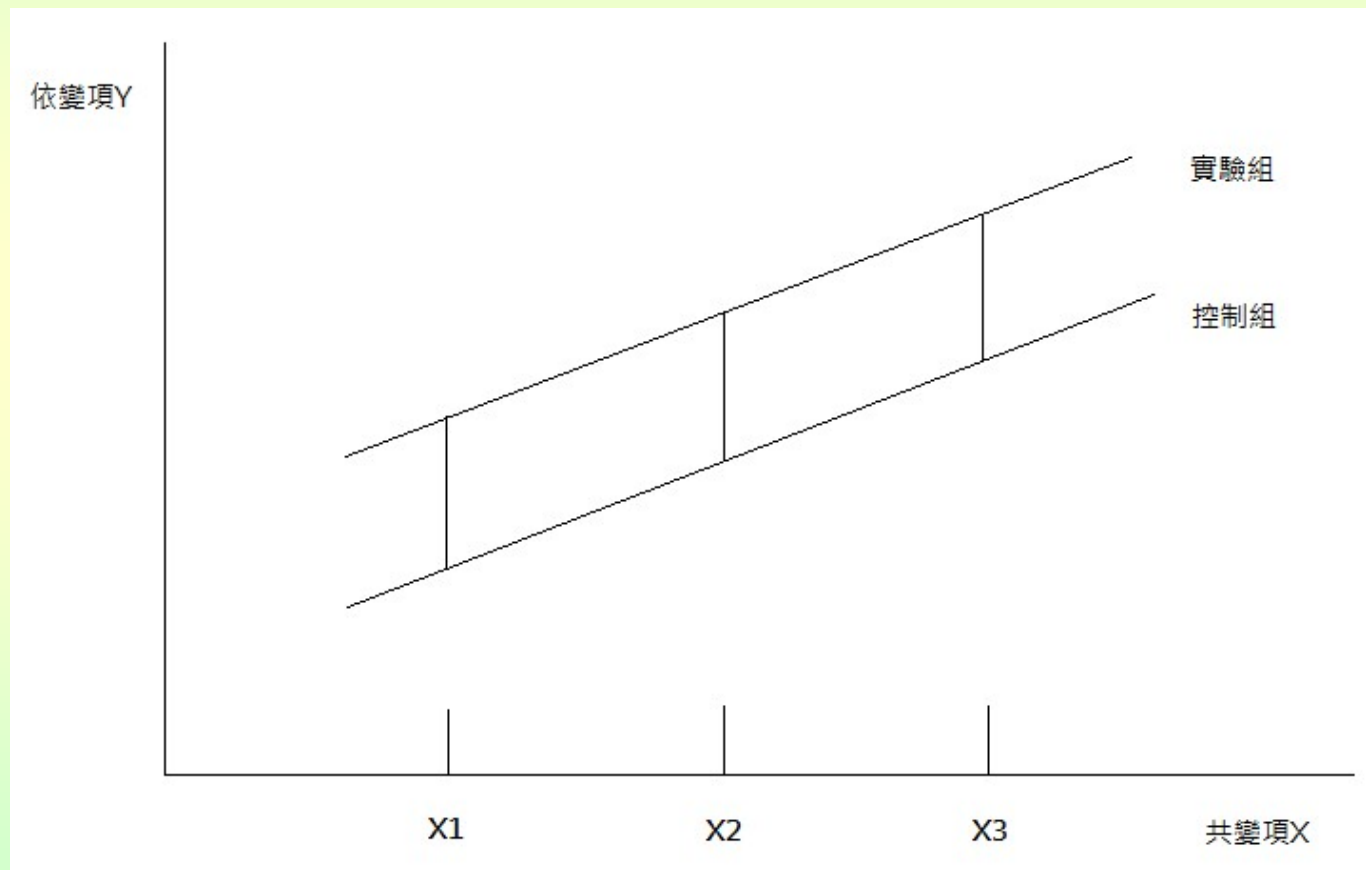


各組迴歸係數同質性

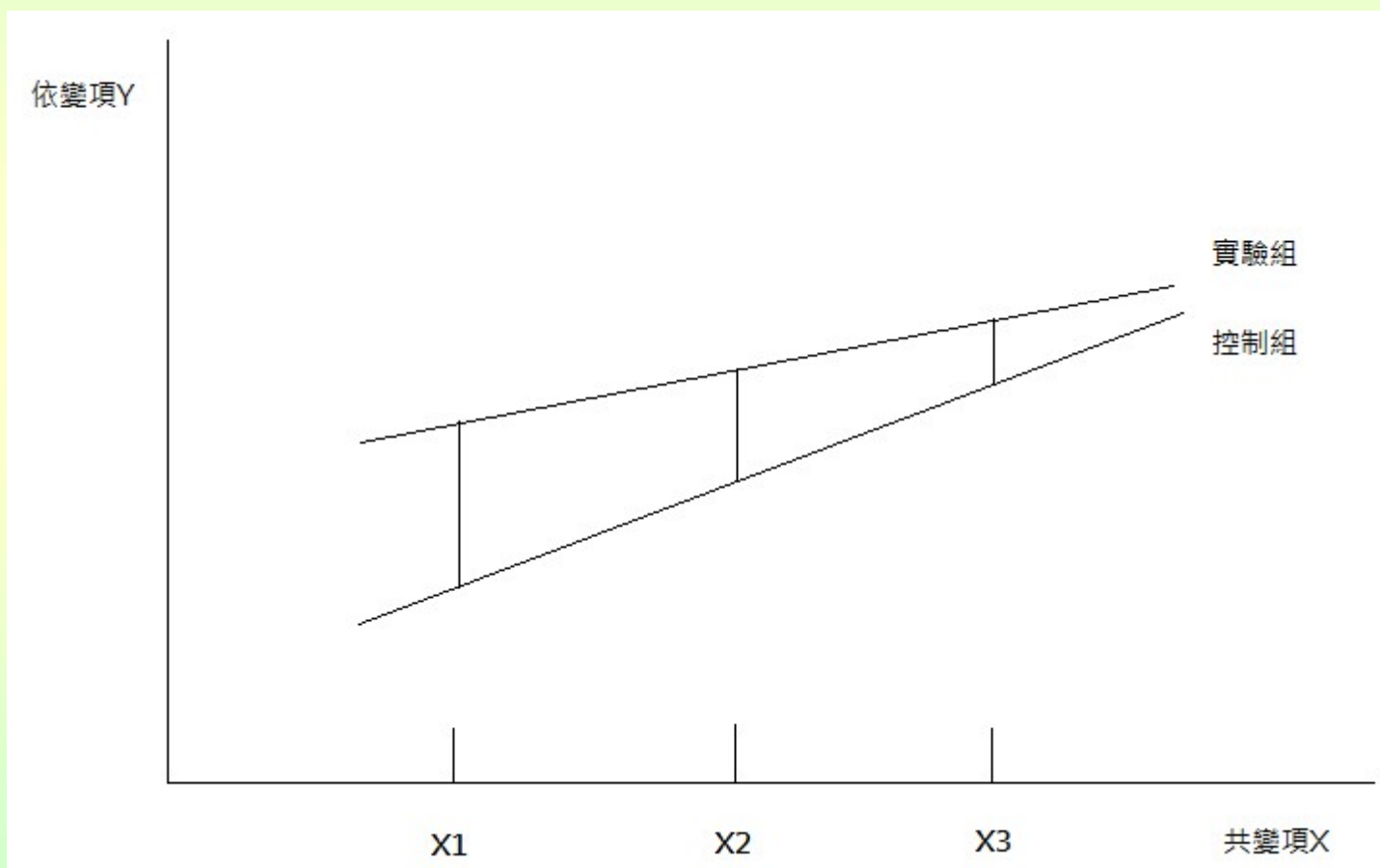
各組迴歸係數同質性，是指各組以共變項為預測變項，依變項為效標變項，進行簡單迴歸分析。則不同組別的最適合線的斜率要相等，亦即最適合線是平行的，此即為各組迴歸係數同質。



各組迴歸係數同質



各組迴歸係數不同質



獨立樣本單因子ancova考驗



變異數 F 考驗

$$F = \frac{MS'_b}{MS'_w} = \frac{\frac{SS'_b}{g-1}}{\frac{SS'_w}{N-g}}$$

MS' 為調整的均方、 SS' 為調整的離均差平方和、 N 為總人數、 g 為組別數

獨立樣本單因子ancova考驗摘要表

表 2

單因子共變數分析摘要表

SV	SS'	df	MS'	F
組間	$\underline{SS'_b}$	$g-1$	$\underline{SS'_b / (g-1)}$	$\underline{MS'_b / MS'_w}$
組內	$\underline{SS'_w}$	$N-g$	$\underline{SS'_w / (N-g)}$	
全體	$\underline{SS'_t}$	$N-2$		



獨立樣本ancova考驗

獨立樣本ancova考驗考驗

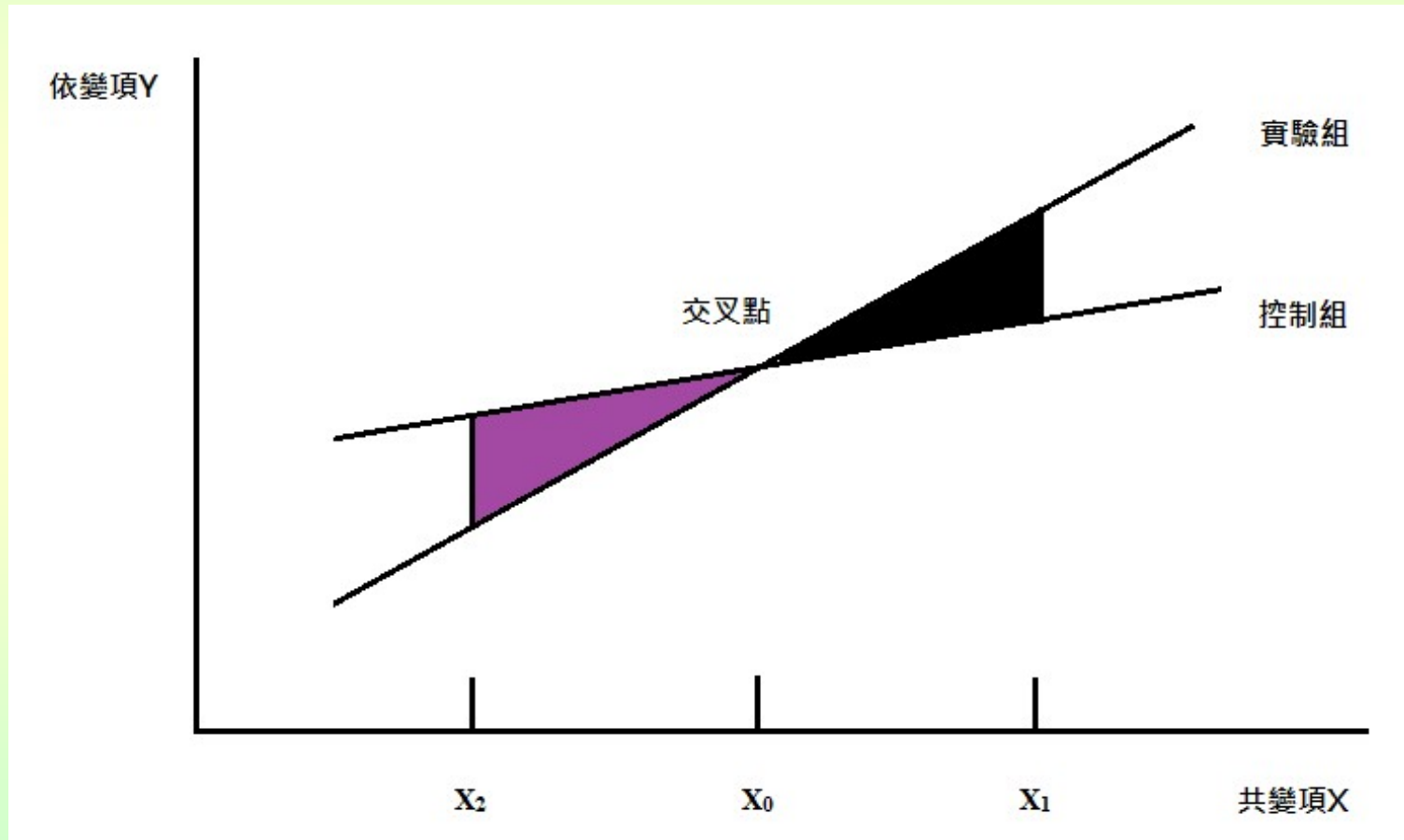
$$H_0 : \mu'_1 = \mu'_2$$

$$H_1 : \mu'_1 \neq \mu'_2$$

若顯著性 p 小於.05，拒絕 H_0 (兩組調整平均數不相等)

若顯著性 p 高於.05，接受 H_0 (兩組調整平均數相等)

詹森－內曼法(Johnson-Neyman)





積差相關

探討兩個連續變項之間的關聯程度，例如想探討員工的工作年資與工作效率的關聯程度。

若兩個變項並非同時是連續變項時，則不適合採用積差相關。例如想探究不同性別的員工與工作效率的相關，由於性別是二分變項不是連續變項，故不能採用積差相關分析，需改採點二系列相關。

迴歸分析



想要瞭解哪些變項對某個變項的影響力時，則可藉由迴歸分析的統計方法達到此目的。



迴歸分析

$\hat{y} = bx + a$ 是一條迴歸分析方程式。

在迴歸方程式中， x 變項通常稱為預測變項(predictor variables)， y 變項則稱為效標變項(criterion variables)。當預測變項只有一項時，稱為簡單迴歸分析；當預測變項有兩項以上，則稱為多元迴歸分析。



迴歸分析的基本假定

1. 常態分配
2. 線性
3. 殘差等分散性
4. 多元共線性(multicollinearity)
5. 測量沒有誤差



多元共線性

多元共線性是指預測變項之間的積差相關係數過高，導致多元迴歸分析的迴歸係數估計不正確，以及標準誤容易偏高。對於多元共線性的判斷，可以採用容忍度(tolerance)、變異數膨脹因素(variance inflation factor, 簡稱VIF)，以及條件指數(conditional index)等數據來判斷。



多元共線性

1. 容忍度的範圍值介於0與1之間，當容忍度小於 .10時
2. 變異數膨脹因素恰好是容忍度的倒數，變異數膨脹因素數值高於10
3. 條件指數的數值高於30

上述的情況，顯示存在多元共線性的問題。



多元迴歸分析類型

$$\hat{Y}_i = b_0 + b_1 X_{i1} + b_2 X_{i2} + \dots + b_p X_{ip}$$

$$\hat{Y} = X\beta$$

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}(X'Y)$$

多元迴歸分析的類型較常分為三種：

標準迴歸分析法(standard regression)

階層迴歸分析法(hierarchical regression)

逐步迴歸分析法(stepwise regression)



標準迴歸分析

標準迴歸分析是指所有的預測變項不論其迴歸係數是否顯著，都會同時進入迴歸方程式。當研究者旨在探討所有預測變項的預測力時，可考慮採用此種迴歸方法。



階層迴歸分析

階層迴歸分析是指研究者必須根據文獻的相關理論，決定哪些預測變項先進入迴歸方程式，接著再由哪些預測變項進入迴歸方程式。由於預測變項進入迴歸方程式的先後順序，會形成如不同層級的架構，故比較適合進行學術理論建構的使用。



逐步迴歸分析

逐步迴歸分析是指預測變項進入迴歸方程式的順序，是由統計軟體的計算結果而決定，預測變項與效標變項有較高的積差相關，則該預測變項會先被選進迴歸方程式。逐步迴歸分析由於無須依據理論排定預測變項的先後順序，因此，比較適合研究者進行探索性的應用。



多元迴歸分析摘要表

表 3

逐步多元迴歸分析摘要表

變項 順序	多元相關 係數(R)	決定係數 (R ²)	ΔR^2	F	p	原始迴歸 係數(B)	標準迴歸 係數(β)	容忍 度	VIF	條件 指數
----------	---------------	---------------------------	--------------	---	---	---------------	-----------------------	---------	-----	----------

卡方考驗(chi-squared)



想瞭解不同組別的受試者，對某種意見的百分比，是否有達到顯著性的差異，此時需要採用卡方檢定，進行百分比同質性的考驗。

在進行卡方考驗時，較常將資料以列聯表(contingency table)的方式呈現，例如圖1，即是有J組別的受試者，針對I種意見，所形成的列聯表。



卡方考驗(chi-squared)

有 J 組的受試者

		有 J 組的受試者				
		第一組	第二組	•	第 J 組	總和
有 I 種意見	第一種意見			•		
	第二種意見			•		
	•	•	•	•	•	•
	第 I 種意見			•		
	總和					

圖 1 J 組別×I 種意見所形成的列聯表



卡方考驗的假設考驗

$$H_0 : p_1 = p_2 = p_3$$

$H_1 : H_0$ 是錯的

p 表示各組的百分比，虛無假設 H_0 為三組支持的百分比是相同的，對立假設 H_1 則是主張虛無假設 H_0 是錯的。

卡方考驗



$$\chi^2 = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

χ^2 代表卡方值， f_o 代表觀察次數， f_e 代表期望次數。觀察次數即是實際的調查結果

卡方考驗的考驗流程

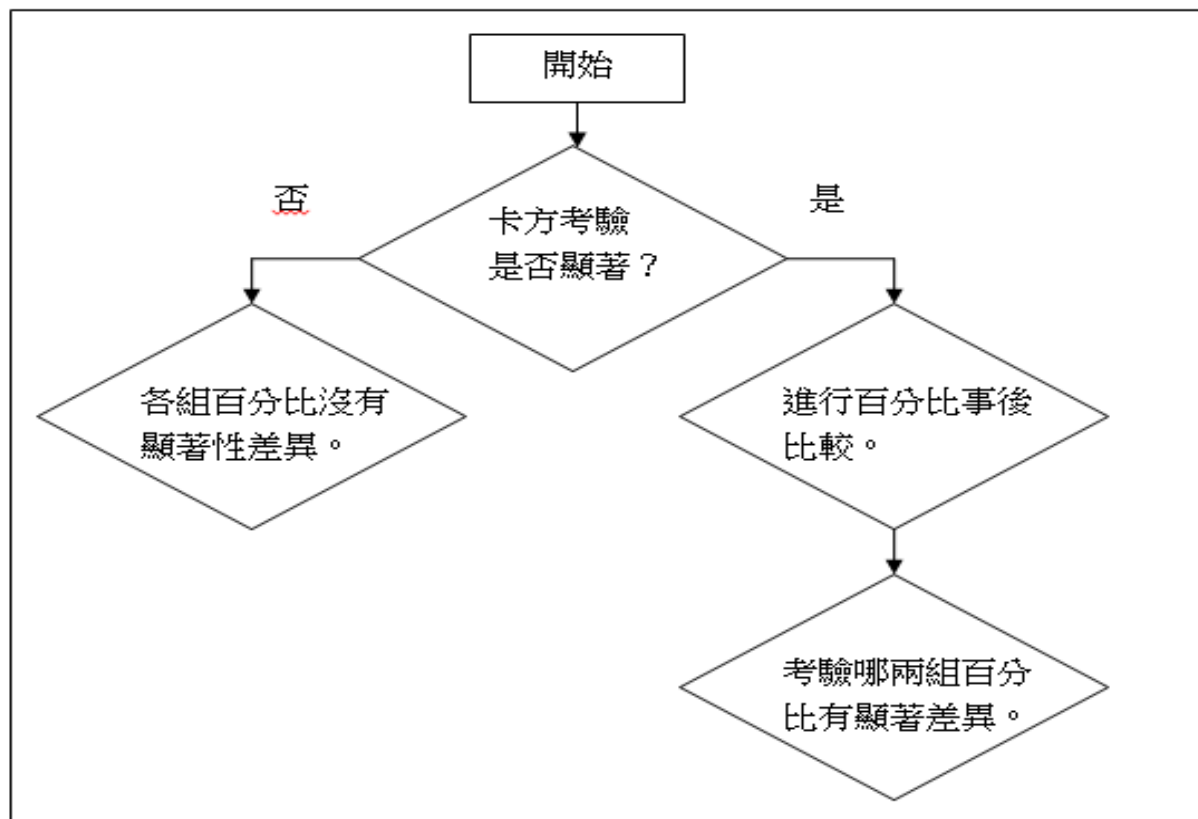


圖2 百分比同質性考驗的流程圖



百分比同質性事後比較

$$\psi = (\hat{p}_j - \hat{p}_{j'}) \pm \sqrt{\chi_{1-\alpha, (I-1)(J-1)}^2} \sqrt{\frac{\hat{p}_j \hat{q}_j}{n_j} + \frac{\hat{p}_{j'} \hat{q}_{j'}}{n_{j'}}$$

$$(\hat{p}_j - \hat{p}_{j'})$$

代表兩個組別百分比的差異值

$$\sqrt{\chi_{1-\alpha, (I-1)(J-1)}^2}$$

代表考驗同時信賴區間的臨界值

$$\sqrt{\frac{\hat{p}_j \hat{q}_j}{n_j} + \frac{\hat{p}_{j'} \hat{q}_{j'}}{n_{j'}}$$

代表百分比差異值的標準誤



探索性因素分析的基本概念

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8
V1	1.00							
V2	.846	1.00						
V3	.805	.881	1.00					
V4	.859	.826	.801	1.00				
V5	.009	.007	.001	.004	1.00			
V6	.001	.001	.005	.005	.762	1.00		
V7	.003	.002	.007	.009	.730	.783	1.00	
V8	.002	.006	.009	.003	.729	.777	.739	1.00



探索性因素分析的基本概念

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8
V1	1.00							
V2	.846	1.00						
V3	.805	.881	1.00					
V4	.859	.826	.801	1.00				
V5	.009	.007	.001	.004	1.00			
V6	.001	.001	.005	.005	.762	1.00		
V7	.003	.002	.007	.009	.730	.783	1.00	
V8	.002	.006	.009	.003	.729	.777	.739	1.00



探索性因素分析的基本概念

轉軸後的因子矩陣^a

	因子	
	1	2
V1	.915	.002
V2	.938	.002
V3	.903	.004
V4	.902	.003
V5	.003	.846
V6	.001	.904
V7	.003	.863
V8	.003	.859

萃取方法：主軸因子。

旋轉方法：旋轉方法：含 Kaiser 常態化的 Varimax 法。

a. 轉軸收斂於 3 個疊代。

探索性因素分析



探索性因素分析為何可作為建構效度考驗？

假設老師一份綜合測驗，包括5題國文題，5題數學題，這10題的相關係數如下：



探索性因素分析的積差相關係數

5 道國文題與 5 道數學題之積差相關係數矩陣。

	C1	C2	C3	C4	C5	M1	M2	M3	M4	M5
C1	1.00									
C2	.46	1.00								
C3	.45	.40	1.00							
C4	.43	.46	.41	1.00						
C5	.47	.44	.42	.46	1.00					
M1	.12	.16	.17	.10	.08	1.00				
M2	.19	.14	.11	.09	.07	.53	1.00			
M3	.11	.12	.18	.15	.16	.57	.54	1.00		
M4	.09	.10	.13	.18	.15	.52	.50	.51	1.00	
M5	.10	.11	.12	.19	.16	.58	.51	.55	.56	1.00

註：C1 至 C5 分別代表第 1 題至第 5 題的國文題，M1 至 M5 分別代表第 1 題至第 5 題的數學題。

探索性因素分析的因素負荷矩陣



轉軸後的因子矩陣^a

	因子	
	1	2
C1	.073	.683
C2	.083	.657
C3	.111	.615
C4	.105	.656
C5	.078	.675
M1	.752	.088
M2	.695	.088
M3	.734	.117
M4	.700	.102
M5	.749	.104

萃取方法：主軸因子。

旋轉方法：旋轉方法：含 Kaiser 常態化的 Varimax 法。

a. 轉軸收斂於 3 個疊代。




信度要多大，才屬於良好的信度

信度的判斷依據

信度的大小	信度的評鑑
0.90 以上	優良
0.80 至 0.89	良好
0.70 至 0.79	普通
0.60 至 0.69	不良
0.60 以下	極差

資料來源：涂金堂（2009）。教育測驗與評量（頁 157）。台北：三民。



α 係數與其95%信賴區間

近年來，有許多測驗學界的學者（Fan & Thompson, 2001; Huck, 2008; Onwuegbuzie & Daniel, 2002）主張在呈現量表的 α 係數時，也應同時呈現 α 係數的95%信賴區間。知名心理計量期刊*Educational and Psychological*

*Measurement*於2001年，建議投稿者在呈現量表的 α 係數時，也需同時呈現 α 係數的95%信賴區間（Fan & Thompson, 2001）。



α 係數

α 係數是最常被用來作為量表信度估算的一種信度。

$$\alpha = \frac{n}{n - 1} \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2}{\sigma_x^2} \right)$$

n 為題數、 σ_x^2 為量表總分變異數、 σ_i^2 為每道題目分數的變異數

Cronbach α 係數95%信賴區間例子



Table 4
Cronbach's Alpha and Number of Items ($N = 1,902$)

Scale	Cronbach's α	95% Confidence Interval		Number of Items
		Lower	Upper	
Coherent leadership team	.91	.903	.915	10
Support				
Principal	.93	.922	.932	10
Assistant principals	.93	.924	.933	10
Teacher leaders	.91	.907	.919	10
Supervision				
Principal	.83	.819	.845	3
Assistant principals	.85	.831	.855	3
Teacher leaders	.79	.773	.805	3